Тема 2. «Математические объекты и их представления»

Лабораторная работа

**Компьютерная алгебра** — область математики, лежащая на стыке алгебры и вычислительных методов. Для нее, как и для любой области, лежащей на стыке различных наук, трудно определить четкие границы. Часто говорят, что к компьютерной алгебре относятся вопросы, слишком алгебраические, чтобы содержаться в учебниках по вычислительной математике и слишком вычислительные, чтобы содержаться в учебниках по алгебре. При этом ответ на вопрос о том, относится ли конкретная задача к компьютерной алгебре, часто зависит от склонностей специалиста.[[1]](#footnote-2)

**Компьютерная алгебра** занимается разработкой и реализацией аналитических методов решения математических задач на компьютере и предполагает, что исходные данные, как и результаты решения, сформулированы в аналитическом (символьном) виде.[[2]](#footnote-3)

Базовые объекты компьютерной алгебры[[3]](#footnote-4)

*  Целые числа
*  Рациональные числа
*  Полиномы от одной переменной
*  Полиномы от нескольких переменных
*  Рациональные функции

Представление целых чисел

Возможны различные способы представлений целых чисел:

1. **Ограниченной точности,** когда количество цифр в целом числе задано. К таковым относятся все стандартные арифметики в языках программирования.
2. **Произвольно заданной точности**, когда количество цифр в заданном числе можно менять, но только один раз – задавать перед вычислениями.
3. **Неограниченной точности**, когда количество цифр в числе не ограничивается никаким наперёд заданным числом, кроме ограничений, связанных с размером памяти машины.

В системах компьютерной алгебры целые числа неограниченной точности, реализуются программным путем, (этот тип данных считается базовым).

Представление рациональных чисел

Возможны различные способы представлений рациональных чисел произвольной точности :

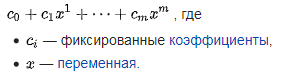
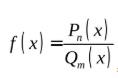
1. Отношение числителя и знаменателя (оба - числа произвольной точности) **Такое представление является нормальным**. Проблема - для нормального представления необходимо распознавание идентичных чисел.  
   Пример. Записи вида –2 / 3, 2 / -3, 4 / -6, -10 / 15 и т.п. представляют одно и то же число.
2. Так же, как в (1), но выполнив дополнительные условия :   
   (а) числитель и знаменатель числа должны быть сокращены на наибольший общий делитель (НОД);   
   (б) знаменатель должен быть положительным числом.  
   **Такое представление является каноническим**. Проблема - требуется вычисление НОД двух целых чисел произвольной точности. При большом количестве цифр в числах эта процедура является алгоритмически сложной. Тем более, её надо производить на одном из самых низких уровнях вычислений – при каждом вычислении чисел.

Замечание. В системах компьютерной алгебры обычно используется каноническое представление рациональных чисел произвольной точности.

Алгебраические функции

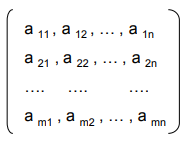
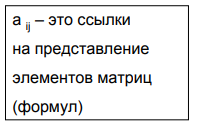
**Алгебраической** называется **функция**, являющаяся решением уравнения:  
G ( x ) = 0,   
где G ( x ) – порождающий полином от одной переменной с коэффициентами – полиномами от нескольких переменных с целыми коэффициентами.  
Пример. Полином G ( x ) = x 2 – 2 + y порождает алгебраическую функцию √ (2 – y).

Алгебраическими функциями называют целые многочлены, рациональные дроби и иррациональные функции.

1. Целым многочленом (полиномом) степени n относительно переменной x называется функция следующего вида:  
   
2. Рациональной дробью (рациональной функцией) называется функция, записанная как отношение двух целых многочленов:  
   
3. Иррациональные функции— это такие функции, не являющиеся рациональными, которые могут быть заданы композицией конечного числа рациональных функций, степенных функций с рациональными показателями и четырех арифметических действий.  
   Например:  
   

Представление матриц

Различают две формы представления матриц :

1. Двумерный массив :  
    
2. Список списков :

( (a11 , a12 , … , a1n ) , ( a21 , a22 , … , a2n ) , … , ( am1 , am2 , … , amn ) )

1. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/308929> [↑](#footnote-ref-2)
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%B2%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B2%D1%8B%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F> [↑](#footnote-ref-3)
3. <http://kspt.icc.spbstu.ru/media/files/2012/course/comp-algebra/CAS_L07.pdf> [↑](#footnote-ref-4)